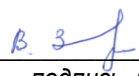


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических методов  
гидродинамики

 (В.Г. Звягин)  
*подпись, расшифровка подписи*  
01.07.2021г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.10 Введение в общую теорию математических моделей неньютоновых сред

**1. Код и наименование направления подготовки:**

01.04.01 Математика

**2. Профиль подготовки:** Математические модели гидродинамики

**3. Квалификация выпускника:** Магистр

**4. Форма обучения:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики

**6. Составители программы:** профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич

**7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.

**8. Учебный год:** 2021-2022

**Семестр(ы):** 1

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории математической гидродинамики неньютоновых сред;
- выработка навыков исследования решений моделей неньютоновых сред;
- фундаментальная подготовка в области исследования моделей неньютоновских сред, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в разнообразных приложениях.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение основных фактов математической гидродинамики неньютоновых сред;
- овладение методами, позволяющими осуществлять качественное исследование решений моделей гидродинамики.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Введение в общую теорию математических моделей неньютоновых сред» относится к Блоку 1 Обязательной части, т.е. является обязательной дисциплиной для изучения обучающимися.

Для её успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Уравнения в частных производных», «Функциональный анализ», «Топологические методы нелинейного анализа».

Студент должен свободно владеть функциональным анализом, топологическими методами нелинейного анализа, обладать полными знаниями курса уравнений в частных производных, знаниями теории интегралов Лебега, теории банаховых и гильбертовых пространств.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики	ОПК-1.1	Обладает обширным диапазоном знаний, полученным в области математических и(или) естественных наук	Знать: концептуальные основы методов решения задач в предметной области; основные методы доказательства математических утверждений Уметь: формулировать постановки основных задач математической физики, в том числе в пространствах Соболева, знать основные теоремы вложений; формулировать и доказывать теоремы существования, единственности, корректной постановки задач Владеть: теоретическими подходами к созданию математических моделей в области неньютоновой гидродинамики; навыками работы в информационных современных системах
		ОПК-1.2	Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области математических моделей гидродинамики, общие формы закономерности теории гидродинамики неньютоновых сред Уметь: работать в информационных современных системах, с зарубежной и отечественной литературой в предметной области, интерпретировать полученные материалы Владеть: источниками информации,

				теоретическими подходами к исследованию математических моделей неньютоновых сред
		ОПК-1.3	Применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе имеющихся теоретических знаний и опыта решения математических задач	Знать: методы исследования задач в области гидродинамики неньютоновых сред Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: Методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в области математических моделей неньютоновых сред
ОПК-2	Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	ОПК-2.1	Владеет навыками создания и исследования новых математических	Знать: методы создания и исследования, закономерности в области гидродинамического моделирования Уметь: работать с различными источниками научной информации, проводить исследования в области гидродинамики Владеть: навыками создания и исследования математических моделей гидродинамики неньютоновых сред
		ОПК-2.2	Умеет использовать их в профессиональной деятельности	Знать: методы их использования для дальнейших исследований в профессиональной деятельности Уметь: использовать свойства решений новых созданных моделей в профессиональной деятельности Владеть: Методами использования новых полученных результатов в профессиональной деятельности
		ОПК-2.3	Имеет практический опыт создания и исследования подобных математических моделей и разработки теорий и методов для их описания	Знать: методы анализа математических моделей гидродинамики Уметь: применять и разрабатывать методы и теории анализа математических моделей гидродинамики Владеть: навыками исследования сложных математических моделей

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом) — 4/144**

**Форма промежуточной аттестации - экзамен**

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
Аудиторные занятия	32	32
в том числе:		
лекции	16	16
практические	16	16
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	76	76
Контроль	36	36
Итого:	144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Задача описание движения жидкости	Вывод основного уравнения движения среды. Вывод условий неразрывности и не сжимаемости среды	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=18377">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=18377</a>
1.2	Функциональные пространства. Теоремы вложения	Основные функциональные пространства. Основные теоремы вложения функциональных пространств	
1.3	Реология	Метод механических моделей. Структурная модель тела. Свойства материалов, описываемых реологическим соотношением.	
1.4	Математическая модель движения жидкости с памятью	Различные математические модели, описывающие движение жидкостей с памятью. Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	
1.5	Математическая модель Джеффриса	Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	
1.6	Математическая модель Бингама	Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Задача описание движения жидкости	Вывод основного уравнения движения среды. Вывод условий неразрывности и не сжимаемости среды	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=18377">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=18377</a>
2.2	Функциональные пространства. Теоремы вложения	Основные функциональные пространства. Основные теоремы вложения функциональных пространств	
2.3	Реология	Метод механических моделей. Структурная модель тела. Свойства материалов, описываемых реологическим соотношением.	
2.4	Математическая модель движения жидкости с памятью	Различные математические модели, описывающие движение жидкостей с памятью. Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	
2.5	Математическая модель Джеффриса	Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	
2.6	Математическая модель Бингама	Аппроксимационные задачи. Операторные трактовки. Априорные оценки. Предельный переход. Теоремы существования.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Задача описание движения жидкости	2	2	-	12	16
2	Функциональные пространства. Теоремы вложения	2	2	-	12	16
3	Реология	4	4	-	12	20
4	Математическая модель движения жидкости с памятью	2	2	-	12	16
5	Математическая модель	2	2	-	14	18

	Джеффриса					
6	Математическая модель Бингама	4	4	-	14	22
	Контроль					36
	Итого:	16	16	-	76	144

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Введение в общую теорию математических моделей неньютонových сред» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Математические вопросы гидродинамики вязкоупругих сред / В.Г. Звягин, М.В. Турбин. — М. : URSS, 2012. — 412 с.
2	Звягин В.Г. Аппроксимационно-топологический подход к исследованию задач гидродинамики / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко. — М.: УРСС, 2004. — 112с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Глушко А. В. Уравнения математической физики : учебное пособие / А.В. Глушко, А.Д. Баев, А.С. Рябенко ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : ИПЦ ВГУ : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2011. — 520 с.
2	Боровских А. В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям / А.В. Боровских, А.И. Перов. — 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014. — 548 с.
3	Звягин В.Г. Математические модели неньютонových жидкостей : учебное пособие / В.Г. Звягин, Д.А. Воротников; Воронежский государственный университет.- Воронеж, 2004.- 43 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1.	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>
2.	Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/">https://lanbook.lib.vsu.ru/</a>
3.	Сайт факультета <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a>
4.	Электронный курс <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=18377">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=18377</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

1	Звягин В.Г., Турбин М.В. Исследование начально-краевых задач для математических моделей движения жидкостей Кельвина-Фойгта / В.Г. Звягин, М.В. Турбин // Современная математика. Фундаментальные направления : гидродинамика .— М., 2009 .— Т. 31 (2009). - С. 3-144.
2	Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей: учебное пособие по специальности 010100 - Математика / В.Г. Звягин, Д.А. Воротников.—Воронеж: ВГУ, 2004.—42 с.
3	Звягин В.Г. Аппроксимационно-топологический подход к исследованию задач гидродинамики. Система Навье-Стокса / В. Г. Звягин, В. Т. Дмитриенко.—М.: УРСС, 2004.—112 с.
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=18377>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

*(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)*

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

## 19. Фонд оценочных средств:

### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Задача описание движения жидкости	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-2.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Функциональные пространства. Теоремы вложения	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-2.1 ОПК-2.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Реология	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-1.3 ОПК-2.1 ОПК-2.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Математическая модель движения жидкости с памятью	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.2 ОПК-1.3 ОПК-2.2 ОПК-2.3	Домашние задания, контрольная работа № 1

5	Математическая модель Джеффриса	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3 ОПК-2.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
6	Математическая модель Бингама	ОПК-1 ОПК-2	ОПК-1.1 ОПК-2.2 ОПК-2.3 ОПК-2.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен		Перечень вопросов к экзамену		

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

##### По теме 1. Задача описание движения жидкости

Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей : учебное пособие / В.Г. Звягин, Д.А. Воротников; Воронежский государственный университет. - Воронеж, 2004. - 43 с.

Задание:

1. Вывести вид тензора скоростей деформации для  $n=3$ .

##### По теме 2. Функциональные пространства. Теоремы вложения

Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей : учебное пособие / В.Г. Звягин, Д.А. Воротников; Воронежский государственный университет. - Воронеж, 2004. - 43 с.

Задание:

1. Доказать пункт 2)-3) теоремы вложения Соболева

##### По теме 3 Реология

Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей : учебное пособие / В.Г. Звягин, Д.А. Воротников; Воронежский государственный университет. - Воронеж, 2004. - 43 с.

Задание:

1. Написать суть метода механических моделей

##### По теме 4. Математическая модель движения жидкости с памятью

В.Г. Звягин, В.П. Орлов О слабой разрешимости задачи вязкоупругости с памятью. Диф. уравнения, - 2017.- Т.53. - №2- С. 215-220

Задания: Вывести интегральное тождество определения слабого решения модели движения жидкости с памятью

##### По теме 5. Математическая модель Джеффриса

Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей : учебное пособие / В.Г. Звягин, Д.А. Воротников; Воронежский государственный университет. - Воронеж, 2004. - 43 с.

Задание:

1. Вывести вид тензора напряжения тела Джеффриса

##### По теме 6. Математическая модель Бингама

Звягин В.Г. Математические модели неньютоновских жидкостей : учебное пособие / В.Г. Звягин, Д.А. Воротников; Воронежский государственный университет. - Воронеж, 2004. - 43 с.

Задание:

1. Вывести операторное уравнение модели Бингама

## Примерный перечень задач для контрольной работы №1:

### **Контрольно-измерительный материал № 1.**

1. Схема доказательства существования слабых решений системы для математической модели Джеффриса.
2. Формулировка и основные свойства пространства  $V$ .

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем теоретических вопросов и предлагается ответить на данные вопросы. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

### **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Введение в общую теорию математических моделей неньютоновых сред» проводится в форме экзамена. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе и положительная оценка работы в ходе обучения по практике, то оценка по экзамену выставляется как среднее арифметическое данных оценок с округлением десятых долей по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки контрольной работе или практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.



Примерный перечень вопросов:

1	Вывод основного уравнения движения.
2	Формулировка и основные свойства пространства V.
3	Формулировка и основные свойства пространства H.
4	Формулировка метода механических моделей.
5	Формулировка слабого решения системы для математической модели, описывающей движение жидкости с памятью.
6	Схема доказательства существования слабых решений системы для математической модели, описывающей движение жидкости с памятью.
7	Формулировка слабого решения системы для математической модели Джеффриса.
8	Схема доказательства существования слабых решений системы для математической модели Джеффриса.
9	Формулировка слабого решения системы для математической модели Бингама.
10	Схема доказательства существования слабых решений системы для математической модели Бингама.

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Полный и правильный ответ на оба вопроса билета.	Отлично
Неточности в ответе на вопросы билета.	Хорошо
Существенные недочеты в ответе на вопросы билета.	Удовлетворительно
Полностью не раскрыт, по крайней мере, один вопрос билета.	Неудовлетворительно

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.